

0938 - 335 - 0983

www.Riazi100.ir

مهندس حامد دلیجه

فارغ التحصیل صنعتی امیر کبیر تهران

کسی که ریاضی کنکور را ۱۰۰٪ زد

کلاس نکته و تست ریاضیات - تهران و سراسر کشور



فرید دی وی دی
جمع بندی ریاضی



دی وی دی مناسبات
ذهنی در شیمی و فیزیک



کلاس خصوصی ریاضی
مهندس حامد دلیجه



همایش ریاضی شهرستان
مهندس حامد دلیجه



مشاوره تلفنی
۴۵ دقیقه ای



کلاس آنلاین ریاضی
مهندس حامد دلیجه

0938 - 335 - 0983

www.Riazi100.ir

شیوه تفکر ریاضی مهم تر از دانستن راه حل مسائل ریاضی است

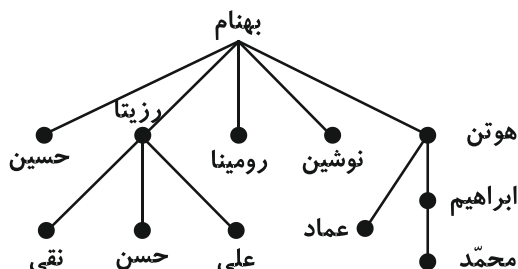


مبنای آموزشی ما تأکید بر این نکته است

درخت و ماتریس مجاورت

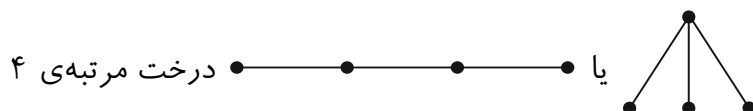
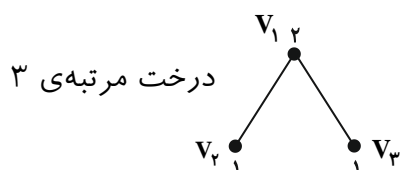
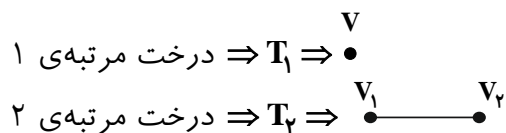
درخت:

گراف‌یست همبند فاقد دور



نکات درخت:

۱- در تمام درخت‌ها همواره رابطه‌ی $q = p - 1$ یافت می‌شود.



۲- بجز درخت مرتبه‌ی ۱ در تمامی درخت‌ها وجود رده‌ی ۱ الزامیست.

۳- اگر در درختی $K = \text{Maxdeg}$ باشد در این درخت حداقل K رأس درجه ۱ یافت می‌شود.

۴- اگر دو رأس غیرمجاور یک درخت را به هم وصل کنید فقط یک دور در آن ایجاد می‌شود و دیگر درخت نیست.

۵- اگر یکی از یال‌های درخت را حذف کنید دیگر درخت نیست زیرا ناهمبند می‌شود.

۶- چون بین هر دو رأس متمایز درخت فقط یک مسیر (البته طول‌های آنها می‌تواند متفاوت باشد) وجود

دارد بنابراین تعداد کل مسیرها به طول حداقل ۱ در هر درخت $\binom{P}{2}$ بوده و تعداد کل مسیرهای

درخت $\binom{P}{2} + P$ می‌باشد.

۷- در بین گراف‌های هم‌بند و هم‌اندازه (تعداد یال برابر) درخت دارای بیشترین تعداد رأس است.

مثال: در چند نوع درخت با دنباله درجه‌ی متمایز رابطه‌ی $q^2 = 3p + 1$ یافت می‌شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

$$(p-1)^2 = 3p + 1 \Rightarrow p^2 - 2p + 1 = 3p + 1 \Rightarrow \begin{cases} p=0 & \text{غ ق ق} \\ p=5 \rightarrow & \text{درخت با مرتبه‌ی ۵ قابل رسم می‌باشد.} \end{cases}$$

سؤال: در گرافی از مرتبه‌ی p همبند، فاقد دور 10 رأس درجه‌ی 3 یافت می‌شود و سایر رئوس هم‌درجه‌اند. اندازه این گراف را بیابید.

$$\sum deg = 2q$$

$$10 \times 3 + k \times 1 = 2q \Rightarrow 30 + k = 2p - 2$$

$$30 + k = 2(10 + k) - 2 \Rightarrow 30 + k = 20 + 2k - 2 \Rightarrow k = 12 \Rightarrow p = 22 \Rightarrow q = 21$$

سؤال: میانگین درجات رئوس گرافی همبند که با حذف هر یالش ناهم بند می‌شود برابر $1/8$ می‌باشد. در این صورت تعداد مسیرها بطول حداقل 2 در این گراف را بیابید.

$$\frac{2q}{p} = 1/8 \Rightarrow \frac{2(p-1)}{p} = 1/8 \Rightarrow p = 10$$

مسیرها بطول یک - مسیرها به طول حداقل $1 =$ تعداد مسیرها بطول حداقل 2

$$\binom{p}{2} - (q = p - 1) = \binom{10}{2} - 9 = 36$$

سؤال: مجموع مرتبه و اندازه‌ی یک درخت کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

پاسخ: گزینه «۳»

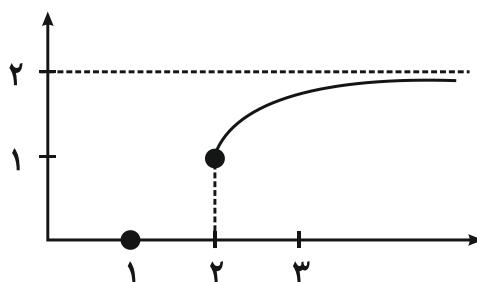
چون مرتبه و اندازه‌ی درخت 2 عدد متوالی بوده پس مجموع آنها فرد می‌باشد.

سؤال: میانگین درجات رئوس گرافی همبند فاقد دور کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

پاسخ: گزینه «۳»

به جز T_1 میانگین درجات سایر درخت‌ها در بازه‌ی $(1, 2)$ می‌باشد. پس گزینه‌ی «۳» صحیح است.



مثال: گرافی از مرتبه p به اندازه q مفروض است. اگر ۱۱ یال به آن بیفزاییم تبدیل به گرافی می‌شود که تمام رئوسش مجاور و اگر ۱۰ یال از آن کم کنیم تبدیل به گرافی می‌شود که بین هر دو رأس متمایزش فقط یک مسیر یافت می‌شود. $p+q$ کدام است؟

$$27 \text{ (4)} \qquad 25 \text{ (3)} \qquad 23 \text{ (2)} \qquad 21 \text{ (1)}$$

$$\begin{cases} q+11 = \binom{p}{2} & p=8 \\ q-10 = p-1 & q=17 \end{cases} \Rightarrow + \Rightarrow p+q=25$$

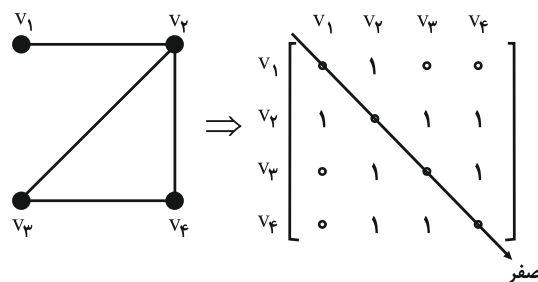
مثال: درختی از مرتبه p ، ۵ رأس از درجه ۴ و ۴ رأس از درجه ۳ و ۳ رأس از درجه ۲ بوده و رأس بیش از درجه ۴ ندارد. تعداد رئوس با درجه یک آن را بیابید.

$$\begin{aligned} & (12+k) \\ & \uparrow \\ \Sigma \text{deg} = 2q & \Rightarrow 5 \times 4 + 4 \times 3 + 3 \times 2 + k \times 1 = 2(p-1) \Rightarrow \\ 38+k = 22+2k & \Rightarrow k=16 \end{aligned}$$

مشخصات ماتریس مجاورت گراف‌های ساده

- ۱- این ماتریس‌ها مربعی مرتبه p بوده و دارای p^2 درایه می‌باشد.
 - ۲- قطر اصلی آنها همواره صفر است چون در گراف‌های ساده طوقه تعریف نمی‌شود.
 - ۳- این ماتریس‌ها متقارن هستند یعنی درایه‌ها نسبت به قطر اصلی تقارن دارند.
 - ۴- تعداد یک‌ها (مجموع اعداد) روی هر سطر یا هر ستون بیانگر درجه‌ی مربوط به آن رأس می‌باشد.
 - ۵- تعداد کل یک‌های موجود در ماتریس ۲ برابر تعداد یال‌های گراف می‌باشد.
- نکته مهم:** اگر M ماتریس مجاورت یک گراف ساده باشد آن‌گاه درجات رئوس این گراف روی قطر اصلی ماتریس M^2 قرار می‌گیرند. پس جمع درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس M^2 برابر $\Sigma \text{deg} = 2q$ می‌باشد.

نکته: اگر M ماتریس مجاورت گراف کامل مرتبه p باشد آن‌گاه در ماتریس M قطر اصلی همگی صفر و غیر قطراصلی همگی یک می‌باشند و اما در ماتریس M^2 قطر اصلی همگی $p-1$ و غیرقطر اصلی همگی $p-2$ می‌باشند.



کل = تعداد یک‌ها + تعداد صفرها

$$? + 2q = p^2$$

$$\Rightarrow p^2 - 2q = \text{تعداد صفرها}$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} \circ & 1 & \circ & \circ & \circ \\ 1 & \circ & 1 & 1 & 1 \\ \circ & 1 & \circ & 1 & 1 \\ \circ & 1 & 1 & \circ & 1 \\ \circ & 1 & 1 & \circ & \circ \end{bmatrix}_{p \times n} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times m} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}_{p \times m}$$

$$k_\delta \Rightarrow M = \begin{bmatrix} \circ & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \circ & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \circ & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \circ & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \circ \end{bmatrix}$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} \circ & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \circ & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \circ & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \circ & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

تست: اگر M ماتریس مجاورت گرافی از مرتبه‌ی ۴ باشد در این صورت کدامیک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند حاصلضرب درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس M^2 باشد.

- ۳ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه «۳»

- ۱) $3, 1, 1, 1 \leftarrow 3$
- ۲) $3, 2, 2, 1 \leftarrow 12$
- ۳) $3, 3, 2, 1 \leftarrow 18 \Rightarrow$ نمی‌تواند گراف باشد.
- ۴) $3, 3, 2, 2 \leftarrow 36$

سؤال: ماتریس مجاورت گرافی همبند فاقد دور دارای ۲۶ درایه‌ی صفری می‌باشد. اندازه این گراف کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

کل = یک‌ها + صفرها

$$26 + 2q = p^2 \Rightarrow p^2 = 2p - 24 \Rightarrow p^2 - 2p + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (p+4)(p-6) = 0 \Rightarrow p = -4 \text{ غ ق ق}$$

$$p = 6 \Rightarrow q = p - 1 = 5$$

سؤال: ماتریس مجاورت یک گراف منتظم دارای ۲۴ درایه‌ی صفر است. این گراف:
(۱) دو منتظم همبند است.
(۲) دو منتظم ماهمبند است.
(۳) دو منتظم است.
(۴) ۳ - منتظم همبند است.

$$p^2 - rp - 24 = 0$$

$$r = 2 \Rightarrow p^2 - 2p - 24 = 0 \Rightarrow p = 6 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{همبند} \\ \text{ناهمبند} \end{array} \right.$$

مثال: اگر M ماتریس مجاورت یک گراف کامل باشد، بطوری که $M^2 = A = [a_{i,j}]$ و $A_{2,3} = 7$ در این صورت تعدد دورها به طول ۴ در این گراف چقدر است؟

$$p - 2 = 7 \Rightarrow p = 9$$

$$\binom{9}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 378$$

تست: اگر G گرافی کامل و اوپلری باشد و M ماتریس مجاورت آن باشد در این صورت مجموع درایه‌های غیر قطر اصلی ماتریس M^2 کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $4 \times 3 \times 2 \leq 24$

(۲) ۴۸

(۳) $5 \times 4 \times 3 \leq 60$

(۴) ۷۸

ضرب سه عدد متوالی

$$(p^2 - p) \times (p - 2) = p(p - 1)(p - 2)$$

غیرقطر اصلی

کل درایه‌ها

چون گراف اوپلری است \Leftarrow فرد

درایه‌های روی قطر اصلی

$$k_p \Rightarrow M = \begin{bmatrix} & & \\ & \text{یک} & \\ & & \text{یک} \end{bmatrix} \Rightarrow M^2 = \begin{bmatrix} & & \\ & \text{همه} & p-2 \\ & & p-2 \end{bmatrix}$$

صفر

تست: کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند ماتریس مجاورت یک گراف ناهمبند باشد؟ (منظور از A و B ماتریس‌های غیرصفر و منظور از O ماتریس صفر می‌باشد)

$$\left[\begin{array}{c|c} A & O \\ \hline O & B \end{array} \right] \quad (2)$$

(4) هیچ کدام

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline O & O \end{array} \right] \quad (1)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} A & O \\ \hline B & O \end{array} \right] \quad (3)$$

پاسخ: گزینه «2»

کسی که ریاضی کنکور را ۱۰۰٪ یاد

مهندس حامد دلپچه

فارغ التحصیل از دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک)
رتبه ۲۰۰ کنکور سراسری ریاضی
مشاوره تحصیلی تلفنی / کلاس آنلاین ریاضی
کلاس خصوصی ویژه / بکچ دی وی دی های ریاضیات

۰۹۳۸۳۳۵۰۹۸۳