

کلاس نکته و تست ریاضیات - تهران و سراسر کشور

0938 - 335 - 0983

www.Riazi100.ir

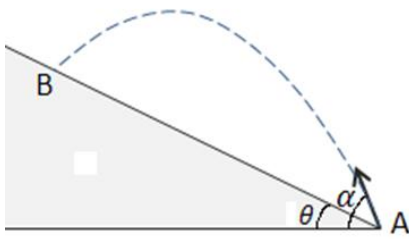
شیوه تفکر ریاضی مهم تر از دانستن راه حل مسائل ریاضی است



مبنای آموزشی ما تأکید بر این نکته است

تست و نکته‌ی فیزیک

برد پرتابه بر سطح شیبدار



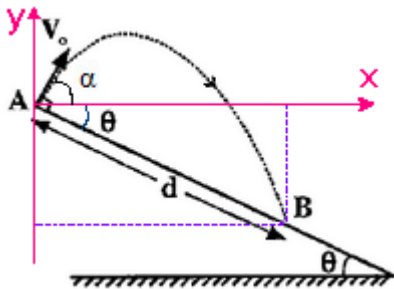
چکیده: هدف از این نوشته، ارائه‌ی مطلبی روشن و واضح از محاسبه‌ی برد یک پرتابه بر روی سطح شیبدار است. هر چند این مطلب سابق در درس فیزیک ۱ دانشگاهی از دانشجویان پرسش می‌شد، اما اخیراً به جهت طرح سوالات سنگین‌تر! در کنکور دبیرستان مورد سوال واقع شده.

۲. استراتژی حل مسأله

هر پرتابه‌ای دارای یک معادله‌ی مسیر است. مسیر پرتابه‌ها یک سهمی است. مختصات هر نقطه‌ای که پرتابه از آن عبور می‌کند، باید در معادله‌ی مسیر صدق کند.

پرتابه‌ها با سه زاویه‌ی متفاوت پرتاب می‌شوند: بالاتر از سطح افق، موازی با سطح افق و پایین‌تر از سطح افق. در این دو سوال، پرتابه‌ها بالاتر از سطح افق پرتاب شده‌اند.

ابتدا می‌رویم سراغ سوال ۱. دو محور مختصات عمود بر هم در محل پرتاب (نقطه‌ی A) در نظر می‌گیریم.



معادله‌ی حرکت متحرک بر این دو محور عبارت است

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t \end{cases} \quad (1)$$

از دو معادله‌ی (۱)، معادله‌ی مسیر به طریق زیر بدست می‌آید

$$y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha \quad (2)$$

مختصات نقطه‌ی B در معادله‌ی (۲) باید صدق کند.

مختصات نقطه‌ی B عبارت است از $(AB \cos \theta, -AB \sin \theta)$ با

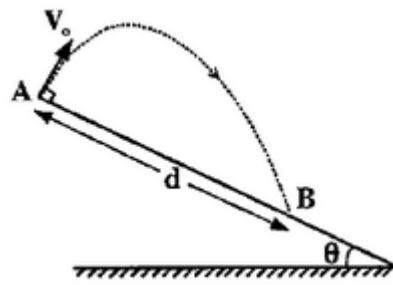
قرار دادن مختصات نقطه‌ی B در معادله‌ی (۲) و مرتب

کردن جملات خواهیم داشت

۱. مقدمه

ما می‌خواهیم به دو تست زیر در این نوشته پاسخ دهیم. اولی سوال کنکور سراسری خارج کشور ۹۲ و دومی یک سوال تالیفی است.

(۱) مطابق شکل روبه‌رو، گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی v_0 به طور عمود نسبت به سطح شیب‌داری از نقطه‌ی A پرتاب می‌شود و در نقطه‌ی B دوباره به سطح شیب‌دار می‌رسد. طول AB کدام است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود). (سوال ۱۶۰ کنکور ریاضی خارج ۹۲)



$$\frac{2v_0^2 \sin \theta}{g \cos^2 \theta} \quad (1)$$

$$\frac{v_0^2}{g} \quad (2)$$

(۲) مطابق شکل، گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی ۳۰ متر بر

ثانیه با زاویه‌ی ۶۰ درجه از نقطه‌ی A پرتاب شده و در

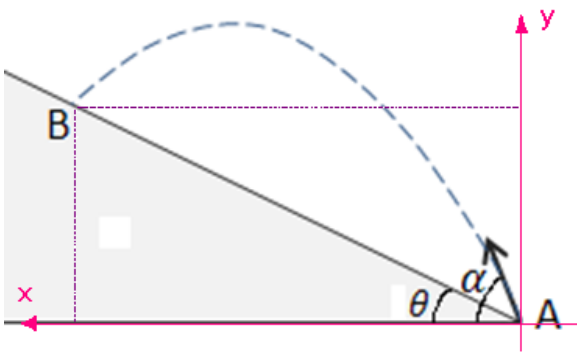
نقطه‌ی B به سطح شیب‌دار برخورد می‌کند. مقدار AB

چقدر است؟ θ برابر ۳۰ درجه است. (تالیفی)

$$۴۵ \quad (۲) \quad ۵۰ \quad (۳) \quad ۵۵ \quad (۴) \quad ۶۰$$

اما در سوال ۲ می‌خواهیم برد پرتابه را برای گلوله‌ای حساب کنیم که از پایین سطح شیبدار رو به بالا پرتاب می‌شود.

در اینجا هم مطابق شکل دو محور مختصات در نظر می‌گیریم و پس از نوشتن معادله‌ی حرکت بر دو محور و سپس تعیین معادله‌ی مسیر، مختصات نقطه‌ی B را در معادله‌ی مسیر قرار می‌دهیم و معادله را بر حسب AB مرتب می‌کنیم.



نتیجه‌ی کار عبارت خواهد بود از

$$AB = \frac{2v_0^2 \sin(\alpha - \theta) \cos \alpha}{g \cos^2 \theta} \quad (6)$$

با توجه به رابطه‌ی (۶) برای سوال ۲ داریم

$$AB = \frac{2 \times 30^2 \sin(60^\circ - 30^\circ) \cos 60^\circ}{10 \times \cos^2 30^\circ} = 60$$

$$AB = \frac{2v_0^2 \sin(\alpha + \theta) \cos \alpha}{g \cos^2 \theta} \quad (3)$$

رابطه‌ی (۳) برد پرتابه‌ای است که از بالای سطح شیبدار با زاویه‌ی α رو به بالا پرتاب می‌شود. با توجه به رابطه‌ی (۳) برای سوال ۱ خواهیم داشت

$$\xrightarrow{\alpha + \beta = 90^\circ} AB = \frac{2v_0^2 \cos \alpha}{g \cos^2 \theta}$$

که همان گزینه‌ی ۲ است (۴).

نکته‌ی ۱: می‌توان نشان داد که برد پرتابه‌ای که از بالای سطح شیبدار به صورت افقی پرتاب شده، با قرار دادن α برابر صفر در رابطه‌ی (۳)، بدست خواهد آمد.

$$AB = \frac{2v_0^2 \sin \theta}{g \cos^2 \theta} \quad (4)$$

که معادل همان جواب سوال ۱ است!!

نکته‌ی ۲: می‌توان نشان داد که برد پرتابه‌ای که با زاویه‌ی α نسبت به خط افق رو به پایین پرتاب می‌شود، با جایگذاری $\alpha - \theta$ به جای α در رابطه‌ی (۳) بدست خواهد آمد.

$$AB = \frac{2v_0^2 \sin(\theta - \alpha) \cos \alpha}{g \cos^2 \theta} \quad (5)$$

تمرین اضافی

نشان دهید ماکزیمم برد موقعی است که داشته باشیم

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$$



DVD شاهکار تدریس کسی که ریاضی را ۱۰۰ زد

۰۹۳۸۳۳۵۰۹۸۳ (همین الان تماس بگیرید) Riazi100.ir (نمونه فیلم)